Ludwig-Maximilians-Universität München
LFE Medieninformatik
Prof. Dr. Andreas Butz
Dipl. Inf. Otmar Hilliges

Wintersemester 05/06
Übungsblatt 6
9.Dezember 2005

Übung 2D Grafik

Abgabetermin :
Die Lösung zu diesem Übungsblatt ist bis zum **19./21. Dezember 2005** abzugeben.

Inhalt:
In der Vorlesung und auf dem Übungsblatt 4 haben sie Techniken zum Filtern im Ortsraum kennengelernt. Darunter die Konvolution und Korrelation. In diesem Übungsblatt werden wir Techniken betrachten, um Bilder im Frequenzraum zu filtern.

Die Konvolution im Ortsraum kann, mit bestimmten Kerneln, Bilder schärfer oder unschärfer machen. Daraus können wir ableiten, dass die Konvolution im Ortsraum bestimmte Frequenzbereiche verstärkt oder unterdrückt. Allerdings haben wir keine Möglichkeit diesen Effekt genauer zu beschreiben bzw. zu analysieren.

Filteroperationen im Frequenzraum durchzuführen hat zwei Vorteile. Erstens, kann man genauer bestimmen welche Frequenzbereiche von einem Filter betroffen sind. Zweitens, ist das Filtern im Frequenzraum mit einer deutlich geringeren Zeitkomplexität behaftet. Das Filtern im Frequenzraum kann allgemein mit einer Filter-Transfer-Funktion beschrieben werden:

$$G(u,v) = F(u,v)H(u,v) \tag{1}$$

wobei $G(u,v)$ das gefilterte Spektrum ist, $F(u,v)$ das originale Spektrum und $H(u,v)$ die Filterfunktion im Frequenzraum ist. Um das Resultat der Filterfunktion zu betrachten muß $G(u,v)$ invers fouriertransformiert werden.

Aufgabe 1 (P) Low-Pass Filter

Ein Low-Pass Filter unterdrückt die hohen Frequenzen in einem Spektrum, was zu einem unschärfe Effekt führt. Die hohen Frequenzanteile befinden sich im Amplituden-Spektrum an den äußeren Rändern. Daraus ergibt sich, dass ein Low-Pass Filter $F(u,v)$ ab einem bestimmtem Abstand vom Mittelpunkt des Spektrums, auf Null abbilden muss. Je kleiner dieser Abstand wird, desto mehr Frequenzen werden unterdrückt und der unschärfe Effekt verstärkt.

Der einfachste Low-Pass Filter heißt *ideal low pass filter* Dieser Filter hat einen harten Übergang ab einem bestimmten Radius, alle Frequenzen innerhalb dieses Radius bleiben erhalten und alle anderen werden unterdrückt. Die Filter-Transfer-Funktion ist:

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & ,r(u,v) \leq r_0, \\ 0 & ,r(u,v) > r_0, \end{cases} \tag{2}$$

wobei r_0 der Radius des Filters ist und $r(u,v)$ der Abstand vom Spektrumsmittelpunkt ist,

$$r(u,v) = \sqrt{u^2 + v^2} \tag{3}$$

a) Erweitern sie die Klasse *FastFourierTrans* um die Methode *idealLowPassFilter(double r)* die Gleichung 2 implementiert. Verwenden sie dazu die Methode *shift(int,int)* um der Tatsache Rechnung zu tragen, dass das Spektrum von *FastFourierTrans* ungeshiftet verwaltet wird.

b) Implementieren sie die Klasse *IdealLowPassOp*, die von *StandardGreyOp* abgeleitet ist, um ein Bild in den Frequenzbereich zu transformieren, das Spektrum zu filtern und die inverse FFT durchzuführen.

Aufgabe 2 (P) High-Pass Filter

Analog ist der ideale High-Pass Filter definiert. Hier werden alle Frequenzen bis zu einem bestimmten Abstand vom Spektrumsmittelpunkt unterdrückt, alle anderen bleiben unverändert. Die Filter-Transfer-Funktion ist:

$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & ,r(u,v) < r_0, \\ 1 & ,r(u,v) \geq r_0, \end{cases} \tag{4}$$

wobei r_0 der Radius des Filters ist und $r(u,v)$ der Abstand vom Spektrumsmittelpunkt ist,

$$r(u,v) = \sqrt{u^2+v^2} \tag{5}$$

a) Erweitern sie die Klasse *FastFourierTrans* um die Methode *idealHighPassFilter(double r)* die Gleichung 4 implementiert. Verwenden sie dazu die Methode *shift(int,int)* um der Tatsache Rechnung zu tragen, dass das Spektrum von *FastFourierTrans* ungeshiftet verwaltet wird.

b) enumerate Implementieren sie die Klasse *IdealHighPassOp*, die von *StandardGreyOp* abgeleitet ist, um ein Bild in den Frequenzbereich zu transformieren, das Spektrum zu filtern und die inverse FFT durchzuführen.

Aufgabe 3 (P) Point Spread Funktion

Viele Störungen in Bildern entstehen, während der Aufnahme des Bildes. Zum Beispiel kann ein Bild durch falsches Fokusieren der Kamera unscharf werden. Eine andere häufige Störung ist die Bewegungsunschärfe, die entsteht wenn sich entweder das Motiv während der Aufnahme bewegt, oder die Kamera verwackelt wird. Ein solches Bild kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$\hat{f}(x,y) = f(x,y) * h(x,y) + \varepsilon(x,y) \tag{6}$$

dabei ist $f(x,y)$ das ungestörte Bild, h die unschärfe Störung und ε das Rauschen. Geht man nun davon aus, dass kein Rauschen in dem Bild vorkommt und die Unschärfe überall im Bild gleichmäßig Auftritt, dann läßt sich Gleichung 6 als einfache Faltung ausdrücken.

$$\hat{f}(x,y) = f(x,y) * h \tag{7}$$

Aus 7 wird sofort ersichtlich, dass falls die Beschaffenheit h bekannt ist, sich die Störung durch eine simple Dekonvolution entfernen ließe. h heißt *Point Spread Function* (PSF). Der Name rührt daher, dass die perfekte Aufnahme eines einzelnen Punktes genau ein Pixel wäre, ist das Bild allerdings gestört wird das Pixel verschmiert (engl. to spread) und dadurch zu einer Linie (insofern es sich um eine Verzerrung entlang einer Richtung handelt).

Das gestörte Bild ist also das Ergebniss aus einer Konvolution des ungstörten Bildes und der PSF (die Linie). Aus Gleichung 1 wissen wir, dass die Konvolution im Ortsraum einer Multiplikation im Frequenzraum entspricht. Ist die PSF bekannt ist die Dekonvolution einfach:

$$f(x,y) = FFT^{-1}\left(\frac{\hat{F}(u,v)}{H(u,v)}\right) \tag{8}$$

Diese Operation heißt *Inverse Filterung*, siehe Abbildung 1.

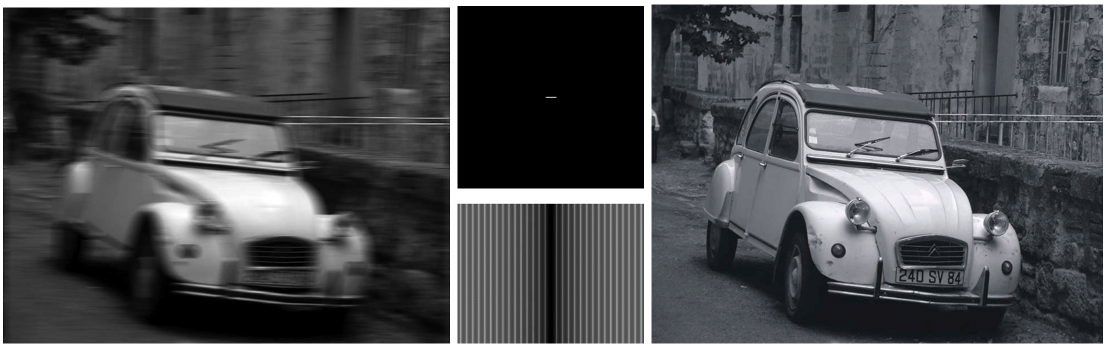

Abbildung 1: Das gestörte Bild (Unschärfe durch Bewegung in X-Richtung), die PSF und Ihre FT, und das Ergebniss der Inversen Filterung.

Diese Formel funktioniert allerdings nur, wenn die Transformationsmatrix $H(u,v)$ voll besetzt ist. Darüber hinaus wird durch das Umrechnen von reellen in komplexe Zahlen im Computer zusätzliche Ungenauigkeit erzeugt. Sind die Werte von H sehr klein, führt das zu sehr großen Ungenauigkeiten. Deswegen wird in der Praxis meist

$$F(u,v) = \begin{cases} \frac{\hat{F}(u,v)}{H(u,v)} & ,H(u,v) > H_{min} \\ 0 & ,H(u,v) \leq H_{min} \end{cases} \tag{9}$$

angewandt wobei H_{min} von der Ungenauigkeit der Umrechnung von reellen in komplexe Zahlen abhängt. Da dieses Vorgehen einen Verlust von bestimmten Frequenzen bedeutet, ist man daran Interessiert H_{min} so klein wie möglich zu wählen. In der Praxis hat sich ein Wert von 10^{-5} bewährt.

a) Laden sie sich von der Übungsseite das Bild „2DÜbung_Ente_Unscharf.jpg“ herunter.

b) Implementieren sie einen Dialog indem einerseits, das Bild angezeigt wird und andererseits, es die Möglichkeit gibt die PSF (die Linie) durch zwei Regler für Orientierung und Länge einzustellen. Die PSF Funktion sollte interaktiv dargestellt werden.

c) Wenden sie die FFT sowohl auf das original Bild als auch auf die PSF an. Implementieren sie eine Klasse die die *Inverse Filterung* gemäß Gleichung 9 realisiert. Wenden sie die inverse FFT auf ihr Ergebniss an.

d) Experimentieren sie mit unterschiedlichen PSF Funktionen und versuchen sie das Bild nach Möglichkeit komplett zu restaurieren.